2009 和歌山県立医科大学　数学

$\boxed{1}$

座標空間において，3 点 A$(0,0,2)$，B$(2,0,0)$，C$(0,4,0)$をとる。

点$(0,0,1)$を中心とする半径 1 の球面をSとする。

球面Sと直線 AB との交点のうち A でないものを D とし，

球面Sと直線 AC との交点のうち A でないものを E とする。

$\angle$AED をαとするとき，$\sin\alpha$を求めよ。

$\boxed{2}$

θを$0<\theta<\pi$の範囲にある実数とする。

xy平面上の点$\left(2\cos\dfrac{\theta+\pi}{2}, 2\sin\dfrac{\theta+\pi}{2}\right)$を中心とする半径 2 の円を$C_1$とし，

点$(\cos\theta, \sin\theta)$を中心とする半径 1 の円をC_2とする。

円C_1とx軸の 2 つの交点および円C_1の中心がなす三角形の面積をS_1とする。

円C_2とx軸の 2 つの交点および円C_2の中心がなす三角形の面積をS_2とする。

ただし，$\theta=\dfrac{\pi}{2}$のときは$S_2=0$とする。

θを動かしたとき，S_1+S_2の最大値を求めよ。また，そのときの$\cos\theta$の値を求めよ。

$\boxed{3}$

nを 4 以上の自然数とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　$0<x<\dfrac{1}{3(n-3)}$のとき，不等式$(1+x)^{n-1}<1+(n-1)x+\dfrac{3(n-1)(n-2)}{4}x^2$を示せ。

必要なら，$\left(1+\dfrac{1}{l}\right)^l<\left(\dfrac{3}{2}\right)^3$ $(l=1,2,3,\cdots)$であることを証明なしに用いてよい。

(2)　$0<x<\dfrac{1}{3(n-3)}$のとき，不等式$(1+x)^n<1+nx+\dfrac{n(n-1)}{2}x^2+\dfrac{n(n-1)(n-2)}{4}x^3$を示せ。

(3)　1.01^{35}を小数で表したときの小数第 2 位までを求めよ。

$\boxed{4}$

正方形の頂点を順に A,B,C,D とし，この順を正の向きとし，逆を負の向きとする。

動点 P は常に頂点にあり，1 秒ごとに次の頂点に移っていく。

このとき，正の向きに次の頂点に移る確率は$\dfrac{2}{3}$で，

逆の負の向きに次の頂点に移る確率は$\dfrac{1}{3}$とする。

また，動点 P は最初頂点 A にあるものとする。

(1)　2 秒後に動点 P が頂点 A,C にある確率をそれぞれ求めよ。

(2)　3 秒後に動点 P が頂点 B,D にある確率をそれぞれ求めよ。

(3)　4 以上の自然数 n に対して，n 秒後に動点 P が各頂点にある確率をそれぞれ求めよ。